**1. Классификация случайных событий.**

Опыт, эксперимент, наблюдение явления называют **испытанием**.

Результат, исход испытания называется **событием**.

Два события называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появление другого в одном и том же испытании.

Два события называются **несовместными**, если появление одного из них исключает появление другого в одном и том же испытании.

Два события А и В называются **противоположными**, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно происходит.

Событие называется **достоверным**, если в данном испытании оно является единственно возможным его исходом, и невозможным, если в данном испытании оно заведомо не может произойти.

Событие А называется **случайным**, если оно объективно может наступить или не наступить в данном испытании.

Событие А называет **невозможным**, если оно не может наступить в результате данного испытания.

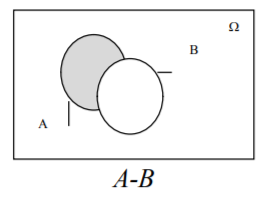
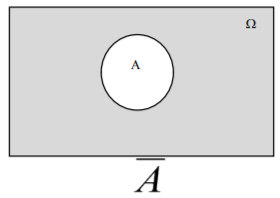
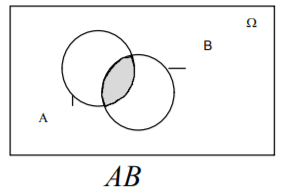
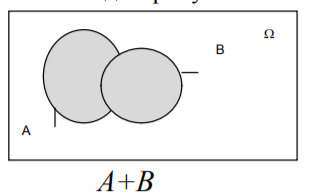
**2. Действия над случайными событиями.**

**Суммой** событий А и В называется событие С = А + В, состоящее в наступлении по крайней мере одного из событий А или В.

**Произведением** событий А и В называется событие С=АВ (или АВ), состоящее в том, что в результате испытания произошли и событие А, и событие В.

**Разностью** событий А и В называется событие C=A-B (или С=A\B) которое происходит тогда и только тогда, когда происходит **событие** А, и не происходит **событие** В.

**Отрицание** события А называется событие А (не А), заключающееся в не наступлении события А.



**3-4. Вероятность случайного события. Классическая формула вероятности.**

Событие А называется **благоприятствующим** событию В, если наступление события А влечет за собой наступление события В.

**Вероятность события** А равна отношению числа случаев, благоприятствующих появлению события А (m), к числу всех возможных случаев (n).

**Вероятность достоверного события** равна 1:

**Вероятность невозможного события** равна 0:

**Вероятность случайного события** есть положительное число, заключенное между 0 и 1:

**5. Статистическая вероятность.**

Если в n независимых опытах событие A осуществляется m раз, то m называется **абсолютной** **частотой** события A, а соотношение m/n называется **относительной** **частотой** события A.

**Статистической вероятностью** называют число, около которого колеблется относительная частота события при большом числе испытаний.

Таким образом, относительная частота события приближенно совпадает с его вероятностью в статистическом смысле, если число испытаний достаточно велико.

*С этой точки зрения величина m=np представляет собой среднее значение числа появления события А при n испытаниях.*

При широких предположениях доказывается, что вероятности события в классическом и статистическом смысле совпадают между собой.

**6. Основные формулы комбинаторики.**

**Размещениями** из n различных элементов по m элементов (m ≤ n) называются комбинации, составленные из данных n элементов по m элементов, которые отличаются либо самими элементами, либо порядком элементов.

**Перестановками** из n различных элементов называются размещения из этих n элементов по n.

**Сочетаниями** из n различных элементов по m элементов называются комбинации, составленные из данных n элементов по m элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом.

**7-11. Сумма случайных событий. Теорема сложения вероятностей. Произведение случайных событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.**

Вероятность появления одного из двух **несовместных**событий равна сумме вероятностей этих событий:

**Сумма** для **совместных** событий:

Вероятность **произведения** двух **зависимых** событий равна произведению вероятностиодного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое событие уже наступило:

**Произведение** для **независимых** событий:

**Условная вероятность** — вероятность наступления одного события при условии, что другое событие уже произошло. P

**12. Вероятность появления хотя бы одного события.**

Вероятность появления хотя бы одного из событий , независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий:

**13. Формула полной вероятности.**

Если событие А может произойти только вместе с одной из гипотез , образующих полную группу попарно несовместных событий, то вероятность события А определяется по формуле полной вероятности:

**14. Теорема гипотез. Формула Байеса.**

Следствием теоремы умножения и формулы полной вероятности является так называемая **теорема гипотез** или **формула Байеса**:

**15-16. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.**

Если вероятность наступления события А в каждом испытании не меняется в зависимости от исходов других, то такие испытания называются **независимыми** относительно события А.

Если вероятность P наступления события А в каждом испытании постоянна, то вероятность того, что событие А наступит m раз в n независимых испытаниях, равна:

**17. Формула Пуассона.**

Если вероятность р наступления события А в каждом испытании стремится к нулю (p → 0) при неограниченном увеличении числа n испытаний (n →∞), причем произведение np стремится к постоянному числу λ (*np* → λ), то вероятность того, что событие А появится m раз в n независимых испытаниях, удовлетворяет предельному равенству:

**18. Локальная формула Муавра-Лапласа.**

Если вероятность p наступления события А в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то вероятность того, что событие А произойдет m раз в n независимых испытаниях при достаточно большом числе n, приближенно равна:

, где (функция Гаусса) и

Приближенные значения вероятности , даваемые локальной формулой Муавра – Лапласа на практике используются как точные при npq порядка двух и более десятков, т.е. при условии npq > 20. **Свойства функции Гаусса:**

1) Функция f(x) является чётной

2) Функция f(x) – монотонно убывающая при положительных значениях x, причем при

**19. Интегральная формула Муавра-Лапласа.**

Если вероятность р наступления события А в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то вероятность того, что число m наступления события А в m независимых испытаниях заключено в пределах от а до b (включительно), при достаточно большом числе m приближенно равна:

, где (функция Лапласа) и ,

**Свойства функции Лапласа:**

1) Функция f(x) является нечётная

2) Функция f(x) – монотонно возрастающая при положительных значениях x, причем при

**20. Дискретные и непрерывные случайные величины.**

Под **случайной** **величиной** понимается переменная, которая в результате испытания в зависимости от случая принимает одно из возможного множества своих значений.

Случайная величина называется **дискретной**, если множество ее значений конечное, или бесконечное, но счетное.

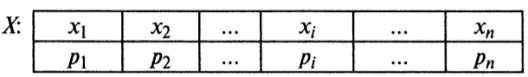
Под **непрерывной** случайной величиной будем понимать величину, бесконечное несчетное множество значений которой есть некоторый интервал (конечный или бесконечный) числовой оси.

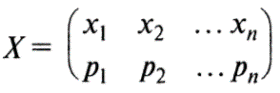
**21. Распределение дискретных случайных величин.**

**Законом распределения случайной величины** называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Для дискретной случайной величины закон распределения может быть задан в виде таблицы, аналитически и графически.

Такая таблица называется **рядом распределения** дискретной случайной величины.

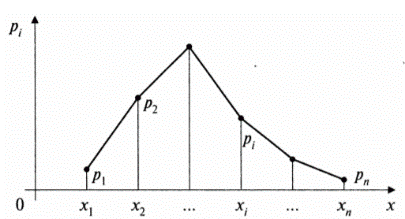




Для любой дискретной случайной величины:

Ряд распределения может быть изображен графически, если по оси абсцисс откладывать значения случайной величины, а по оси ординат - соответствующие их вероятности.

Соединение полученных точек образует ломаную, называемую **многоугольником или полигоном распределения** вероятностей.



**22. Закон распределения и функция распределения.**

**Функцией распределения случайной величины** X называется функция F(x), выражающая для каждого х вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее х:

Функцию F(x) иногда называют **интегральной функцией распределения** или **интегральным законом распределения**.

Геометрически функция распределения интерпретируется как вероятность того, что случайная точка X попадет левее заданной точки х.

**Функция распределения любой дискретной случайной величины** есть разрывная ступенчатая функция, скачки которой происходят в точках, соответствующих возможным значениям случайной величины и равны вероятностям этих значений.

**Сумма** всех скачков функции F(x) равна 1.

**Общие свойства функции распределения:**

1) Функция распределения случайной величины есть неотрицательная функция, заключенная между нулем и единицей:

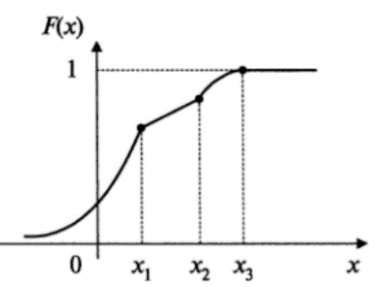
2) Функция распределения случайной величины есть неубывающая функция на всей числовой оси.

3) На минус бесконечности функция распределения равна нулю, на плюс бесконечности равна единице: и

4) Вероятность попадания случайной величины в интервал равна приращению ее функции распределения на этом интервале:

**23. Распределение непрерывной случайной величины.**

Случайная величина X называется **непрерывной**, если ее функция распределения непрерывна в любой точке и дифференцируема всюду, кроме, быть может, отдельных точек.



**Теорема.** Вероятность любого отдельно взятого значения непрерывной случайной величины равна нулю.

**Следствие.** Если X - непрерывная случайная величина, то вероятность попадания случайной величины в интервал не зависит от того, является этот интервал открытым или закрытым.

**24. Плотность распределения вероятностей и её свойства.**

**Плотностью вероятности** f(x) непрерывной случайной величины X называется производная ее функции распределения:

**Свойства плотности вероятности:**

1) Плотность вероятности является неотрицательной функцией.

2)

3)

4)

**25. Среднее значение, мода, медиана, начальные и центральные моменты, дисперсия, среднеквадратичное отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса.**

**Модой** (Мо) называется значение случайной величины, которое встречается чаще всего, т.е. имеет максимальную вероятность (для дискретной случайной величины) или максимум функции плотности вероятности в данной точке (при непрерывной случайной величине).

**Медиана** делит область значений случайной величины на две равные по вероятности части.

**Математическим ожиданием** дискретной случайной величины называется сумма:

**Математическим ожиданием** непрерывной случайной величины называется интеграл:

**Дисперсией** случайной величины Х называется число:

Для дискретных случайных величин:

Для непрерывных случайных величин:

**Среднее квадратичное отклонение:**

**Начальным моментом** порядка k случайной величины Х называется математическое ожидание величины .

Для дискретной случайной величины:

Для непрерывной случайной величины:

**Центральным моментом** порядка k случайной величины Х называется математическое ожидание величины .

Для дискретной случайной величины:

Для непрерывной случайной величины:

Отношение центрального момента третьего порядка к среднему квадратическому отклонению в третьей степени называется **коэффициентом асимметрии**.

Для характеристики островершинности и плосковершинности распределения используется величина, называемая **эксцессом**.

**26. Равномерное распределение.**

Непрерывная случайная величина X имеет **равномерный закон распределения** на отрезке [а, b], если ее плотность вероятности f(х) постоянна на этом отрезке и равна нулю вне его.

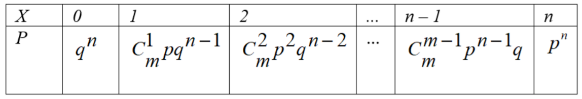
**Числовые характеристики:**

Вероятность того, что равномерно распределенная НСВ попадёт в интервал при условии вычисляется по формуле

Равномерный закон распределения используется при анализе ошибок округления при проведении числовых расчетов (например, ошибка округления числа до целого распределена равномерно на отрезке ), в ряде задач массового обслуживания, при статистическом моделировании наблюдений, подчиненных заданному распределению.

**27. Биноминальное распределение.**

Дискретная случайная величина X имеет **биномиальный закон распределения** с параметрами n и р, если она принимает значения 0, 1, 2,..., m,..., n с вероятностями где 0<p<1, q=1-p.

**

**Числовые характеристики:**

**28. Распределение Пуассона.**

Дискретная случайная величина X имеет закон **распределения Пуассона** с параметром λ>0, если она принимает значения 0, 1, 2,..., m,... (бесконечное, но счетное множество значений) с вероятностями:

**29. Показательное распределение.**

Непрерывная случайная величина X имеет **показательный (экспоненциальный) закон распределения** с параметром λ>0, если ее плотность вероятности имеет вид:

**Числовые характеристики:**

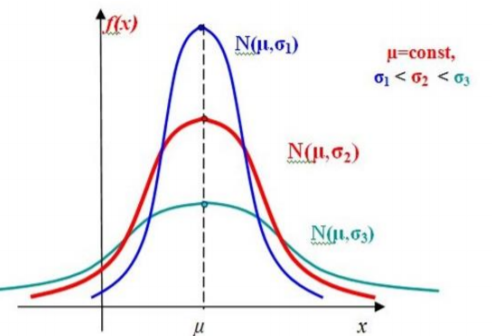
Вероятность того, что распределённая по показательному закону НСВ попадёт в интервал (a; b) при условии 0<a<b вычисляется по формуле

**30. Нормальный закон распределения. Исследование нормальной кривой.**

Непрерывная случайная величина X имеет **нормальный закон распределения** (закон Гаусса) с параметрами µ и σ, если ее плотность вероятности имеет вид:

**Числовые характеристики:**

Главная особенность, выделяющая его среди других законов, состоит в том, что он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения при весьма часто встречающихся типичных условиях.



*Кривую нормального закона распределения называют нормальной или гауссовой кривой.*

При µ= 0, σ = 1 нормальная кривая называется нормированной и НСВ X имеет стандартное или нормированное распределение.

**31. Вероятность попадания в заданный интервал нормального распределения случайной величины.**

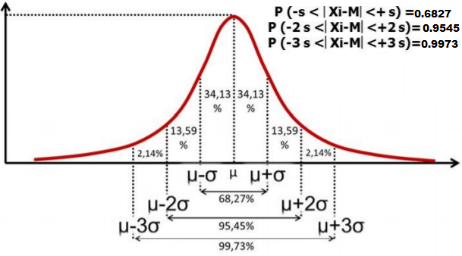
Вероятность того, что нормально распределенная величина попадёт в промежуток (c; d):

где

**32. Правило “трех сигм”.**

Если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина ее отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратического отклонения.

Для вычисления вероятности отклонения нормально распределенной СВ от своего математического ожидания µ на наперед заданную величину δ используют формулу:



**33. Распределения, связанные с нормальным (Пирсона, Стьюдента, Фишера).**

**Распределение Пирсона:**

где случайные величины *X1, X2,…, Xn* независимы и имеют одно и тоже распределение *N*(0,1). При этом число слагаемых, т.е. *n*, называется «числом степеней свободы» распределения хи – квадрат.

**Распределение Стьюдента:**

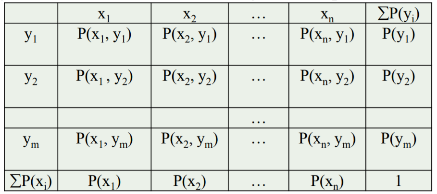
где случайные величины *U* и *X* независимы, *U* имеет распределение стандартное нормальное распределение *N*(0,1), а *X* – распределение хи – квадрат с *n* степенями свободы. При этом *n* называется «числом степеней свободы» распределения Стьюдента.

**Распределение Фишера:**

где случайные величины *Х1* и *Х2* независимы и имеют распределения хи – квадрат с числом степеней свободы *k1* и *k2* соответственно. При этом пара *(k1, k2)* – пара «чисел степеней свободы» распределения Фишера, а именно, *k1* – число степеней свободы числителя, а *k2* – число степеней свободы знаменателя.

**34. Способы задания систем случайный величин: дискретных – двумерным распределением вероятностей, непрерывных – двумерной плотностью распределения вероятности.**

Закон распределения **дискретной** двумерной случайной величины можно представить в виде таблицы, характеризующей собой совокупность всех значений случайных величин и соответствующих вероятностей.



В общем случае двумерная случайная величина задается в виде интегральной функции: F(x, у) = Р(Х<х, Y<y), которая означает вероятность попадания двумерной случайной величины левее и ниже точки с координатами (х, у).

**Свойства интегральной функции:**

1. F не убывает и непрерывна слева по каждому аргументу;

2. F(-∞, y)= F(x, -∞ )= F(-∞, -∞. )= 0;

3. F(+∞, y)= F2(y) - функция распределения случайной величины Y;

F(x, +∞ )= F1(x) - функция распределения случайной величины X;

4. F(+∞,+∞)= 1.

Дифференциальная функция системы двух **непрерывных** случайных величин определяется как вторая смешанная производная функции распределения:

**Свойства дифференциальной функции:**

1. f(x,y)>0

2.

3.

**35-36. Числовые характеристики систем случайных величин. Начальные и центральные смешанные моменты.**

**Начальным** **моментом** порядка s, h системы двух случайных величин X, У называется математическое ожидание произведения степени s случайной величины X и степени h случайной величины У:

**Центральным** **моментом** порядка s, h системы СВ (X, Y) называется математическое ожидание произведения степеней s, h соответствующих центрированных случайных величин: где X = Х - М(Х), Y = Y - М(Y) - центрированные случайные величины X и Y.

**Основным** **моментом** порядка s, h системы СВ (X, Y) называется нормированный центральный момент порядкам s, h:

**37. Коэффициент корреляции.**

Особую роль в качестве характеристики совместной вариации случайных величин X и У играет второй смешанный центральный момент, который называется **корреляционным моментом (ковариацией).**

Корреляционный момент является мерой связи случайных величин. Если случайные величины X и У **независимы**, то математическое ожидание равно произведению их математических ожиданий: отсюда

Если ковариация случайных величин не равна нулю, то говорят, что **случайные величины коррелированы**. Ковариация может принимать значения на всей числовой оси, поэтому в качестве меры связи используют основной момент порядка s=1, h=1, который называют **коэффициентом корреляции:**  где

**Свойства коэффициента корреляции:**

1.

2. Если =±1, то случайные величины линейно зависимы

3. Если =0, то случайные величины не коррелированы, что не означает их независимости вообще

**38-39. Регрессия. Нахождение линии регрессии по методу наименьших квадратов. Линейная регрессия и её уравнение.**

**Регрессия** — математическое выражение, отражающее зависимость зависимой переменной у от независимых переменных х при условии, что это выражение будет иметь статистическую значимость.

Математическое уравнение, которое оценивает линию простой (парной) **линейной регрессии**:

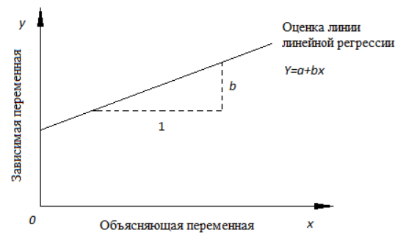
x – независимая переменная или предиктор.

Y – зависимая переменная или переменная отклика

a – свободный член линии оценки

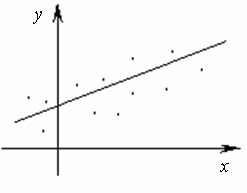
b – угловой коэффициент или градиент оценённой линии

Парную линейную регрессию можно расширить, включив в нее более одной независимой переменной; в этом случае она известна как **множественная регрессия**.



Наиболее простым методом определения коэффициентов a и b является **метод наименьших квадратов**.

Попытаемся подобрать прямую линию, которая ближе всего расположена к точкам корреляционного поля. Согласно методу наименьших квадратов, линия выбирается так, чтобы сумма квадратов расстояний по вертикали между точками корреляционного поля и этой линией была бы минимальной.



**40. Функции случайных величин**

Если каждому возможному значению СВ X по определённому правилу соответствует одно возможное значение СВ Y то Y называют функцией случайного аргумента X, записывают Y=f(X) Математическое ожидание и дисперсия функции Y=f(X) определяется соответственно равенствами:

**41-43. Закон больших чисел и центральная предельная теорема. Неравенство и теорема Чебышева.**

Под **законом больших чисел** в теории вероятностей понимается совокупность теорем, в которых устанавливается связь между средним арифметическим достаточно большого числа случайных величин и средним арифметическим их математических ожиданий.

**Неравенство Чебышева.** Если случайная величина X имеет математическое ожидание М(Х) и дисперсию D(X), то для любого ε>0 имеет место неравенство:

**Теорема Чебышева.** Если дисперсии n независимых случайных величин не превышают какую-то величину С, т.е. ограниченны, то при стремлении числа n к бесконечности средняя арифметическая этих случайных величин сходится по вероятности к средней арифметической их математических ожиданий:

**Теорема Ляпунова.** К предельным теоремам относится также так называемая центральная предельная теорема А. Ляпунова, устанавливающая условия, при которых сумма случайных величин будет стремиться к случайной величине с нормальным законом распределения:

**44. Теорема Бернулли**

**Теорема Бернулли.** Если в каждом из n независимых испытаний событие A имеет постоянную вероятность p, то, как угодно близка к единице вероятность того, что отклонение относительной частоты m/n от вероятности p по абсолютной величине будет сколь угодно малым, если число испытаний достаточно велико, т. е. при соблюдении условий теоремы справедливо равенство:

**45. Методы математической статистики. Вариационные ряды распределения.**

**Основная цель математической статистики** — это получение и обработка данных для статистически значимой поддержки процесса принятия решения, например, при решении задач планирования, управления, прогнозирования.

Методы математической статистики можно разделить на **описательные** и **аналитические:**

**Описательные** **методы** позволяют описать реальные наблюдения с помощью таблиц, графиков, характеристик положения (среднее арифметическое, мода, медиана), характеристик рассеяния (среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение, дисперсия, коэффициент вариации) и т. д.

**Аналитические** **методы** позволяют на основании выборочных наблюдений сделать статистически значимые выводы о наличии закономерностей для всей совокупности.

**Результаты наблюдений** – это, в общем случае, ряд чисел, расположенных в беспорядке, который для изучения необходимо упорядочить (проранжировать).

Операция, заключенная в расположении значений признака по возрастанию, называется **ранжированием** опытных данных.

После операции ранжирования опытные данные можно сгруппировать так, чтобы в каждой группе признак принимал одно и то же значение, которое называется **вариантом** (). Число элементов в каждой группе

называется **частотой** варианта ().

Размахом вариации называется число , где – наибольший вариант, – наименьший.

Сумма всех частот равна определенному числу n, которое называется **объемом совокупности**:

Отношение частоты данного варианта к объему совокупности называется **относительной частотой**, или **частостью** этого варианта:

Последовательность вариантов, расположенных в возрастающем порядке, называется **вариационным рядом**.

Вариационные ряды бывают **дискретными** и **непрерывными**.

**Дискретным** **вариационным** **рядом** называется ранжированная последовательность вариантов с соответствующими частотами и (или) частостями.

Если число значений признака строят **интервальный вариационный ряд** (промежуток изменения признака разбивается на ряд отдельных интервалов и подсчитывается количество значений величины в каждом из них).

**46,49. Статистическое распределение выборки. Выборочный метод. Типы выборок.**

**Статистическим распределением выборки**называют пе­речень вариант и соответствующих им частот или относи­тельных частот. Статистическое распределение можно за­дать также в виде последовательности интервалов и соответствующих им частот (в качестве частоты, соответствующей интервалу, принимают сумму частот, попавших в этот интервал).

**Выборочный метод** – это такой статистический метод, при котором выводы и заключения о характеристиках генеральной совокупности делаются по ее выборке.

Этот метод применяют тогда, когда исследовать всю генеральную совокупность или нецелесообразно из-за больших затрат времени и средств, или невозможно.

1) *Собственно случайная*:

а) повторная (элементы после выбора возвращаются обратно);

б) бесповторная (выбранные элементы не возвращаются).

2) *Типическая* – генеральная совокупность предварительно разбивается на группы типических элементов, и выборка осуществляется из каждой.

а) равномерные выборки (при равенстве объемов исходных групп в генеральной совокупности выбирается одинаковое количество элементов из каждой);

б) пропорциональные (численность выборок формируют пропорционально численностям или средним квадратическим отклонениям групп генеральной совокупности);

в) комбинированные (численность выборок пропорциональна и средним квадратическим отклонениям, и численностям групп генеральной совокупности).

3) *Механическая* – отбор элементов проводится через определенный интервал.

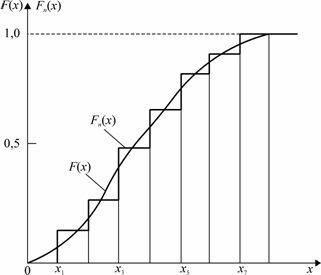
4) *Серийная* – отбор проводится не по одному элементу, а сериями для проведения сплошного обследования.

5) *Комбинированная* – используются различные комбинации вышеуказанных методов, например, типическая выборка сочетается с механической и собственно случайной.

**47. Эмпирическая и теоретическая функция распределения**

Функция распределения F(x) генеральной совокупности называется **теоретической функцией распределения.**

**Эмпирическая функция распределения** (функция распределения выборки) это функция F\*(x), которая определяет для каждого значения xi относительную частоту события X<x. Эмпирическая функция распределения имеет вид: , где: nx – число вариант меньших х, n – объём выборки.



**48. Гистограмма и полигон частот**

**Полигон частот** – это ломаная, отрезки которой соединяют точки , …,.

**Полигон относительных частот** – это ломаная, отрезки которой соединяют точки , …,.

**Гистограммой частот** называется фигура, состоящая из прямоугольников с основанием h и высотами . Для гистограммы относительных частот в качестве высоты рассматривают .

**50. Числовые характеристики вариационных рядов.**

**Средней арифметической** (X) дискретного вариационного ряда называется отношение суммы произведений вариантов на соответствующие частоты к объему совокупности:

**Модой** дискретного вариационного ряда называется вариант, имеющий наибольшую частоту.

**Медианой** дискретного вариационного ряда называется вариант, делящий ряд на две равные части.

Если дискретный вариационный ряд имеет 2n членов в ранжированной совокупности: , то:

Если дискретный вариационный ряд в ранжированной совокупности имеет 2n+1 членов: , то:

**Средним линейным отклонением** вариационного ряда называется средняя арифметическая модуля отклонения признаков от их средней арифметической.

**Дисперсией** вариационного ряда называется средняя арифметическая квадратов отклонений признаков от их средней арифметической.

**Среднее квадратическое отклонение** вариационного ряда равно квадратному корню из дисперсии.

**Коэффициент вариации** характеризует относительное значение среднего квадратического отклонения и обычно служит для сравнения колеблемости несоизмеримых показателей.

**51. Оценка параметров по генеральной совокупности по выборке. Точность оценок.**

Для генеральной совокупности можно оп­ределить генеральную среднюю  — среднее арифметическое значение всех величин, составляющих эту совокупность. Учиты­вая большой объем этой совокупности, можно полагать, что гене­ральная средняя равна математическому ожиданию:

, где *X*— общая запись случайной величины (значения изучаемого признака) генеральной совокупности.

Рассеяние значений изучаемого признака генеральной сово­купности от их генеральной средней оценивают **генеральной дис­персией*:***

где *N*— объем генеральной совокупности, или **генеральным сред­ним квадратическим отклонением:**

**52. Доверительная вероятность, доверительный интервал. Свойство оценок.**

**Доверительным** называют **интервал** (x-∆x, x+∆x), который с заданной доверительной вероятностью δ содержит истинное значение Х0 искомой величины; (x-∆x) и (x+∆x) являются доверительными границами интервала. При этом обычно задаются стандартными значениями доверительной вероятности 0,9; 0,95; 0.99; 0,999.

**Доверительной** **вероятностью** называют вероятность δ того, что истинное значение Х0 измеряемой величины содержится внутри заданного доверительного интервала (x-∆x, x+∆x). При этом δ выражают либо в долях единицы (доверительная вероятность), либо в процентах (надежность).

В классической теории ошибок неизвестные σ и заменяют их приближенными значениями и .

Эту запись следует понимать в том смысле, что истинное значение Х0 с заданной вероятностью δ находится внутри доверительного интервала ()*.*

**53. Постановка задач о проверке статистических гипотез.**

**Статистической гипотезой** называется всякое высказывание о генеральной совокупности, проверяемое по выборке.

**Статистические гипотезы делятся на:**

1. *Параметрические* – это гипотезы, сформулированные относительно параметров (среднего значения, дисперсии и т. д.) распределения известного вида;

2. *Непараметрические* – это гипотезы, сформулированные относительно вида распределения (например, определение по выборке степени нормальности генеральной совокупности).

**Алгоритм:**

1. Располагая выборочными данными формируют нулевую гипотезу и конкурирующую гипотезу .

2. Задают уровень значимости α (обычно принимают α =0,1; 0,01; 0,05; 0,001).

3. Рассматривается выборочная статистика наблюдений (критерий) К, обычно одна из перечисленных ниже:

u - нормальное распределение; x - распределение Пирсона (хи - квадрат); t - распределение Стьюдента; F - распределение Фишера – Снедекора.

4. На основании выборки определяют значение критерия (статистики) К. В зависимости от вида альтернативной гипотезы выбирают по соответствующей таблице квантили критерия для двусторонней или односторонней области .

Если значения критерия попадают в критическую область, то отвергается; в противном случае принимается гипотеза и считается, что не противоречит выборочным данным (при этом существует возможность ошибки с вероятностью, равной α).

**54. Принцип проверки нулевой гипотезы.**

Основную выдвигаемую гипотезу называют **нулевой** .

**Процедура проверки** нулевой гипотезы в общем случае включает следующие этапы:

1. Задается допустимая вероятность ошибки первого рода (Ркр=0,05)

2. Выбирается статистика критерия Т

3. Ищется область допустимых значений

4. По исходным данным вычисляется значение статистики Т

5. Если Т (статистика критерия) принадлежит области принятия нулевой гипотезы, то нулевая гипотеза принимается (корректнее говоря, делается заключение, что исходные данные не противоречат нулевой гипотезе), а в противном случае нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная гипотеза.

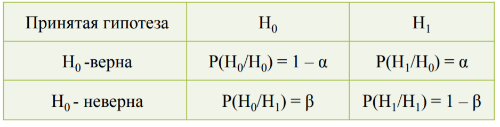
**55. Ошибки первого и второго рода.**

Выбор между гипотезами Н и H может сопровождаться ошибками двух родов.

**Ошибка** **первого** **рода** α означает вероятность принятия , если верна гипотеза :

**Ошибка** **второго** **рода** β означает вероятность принятия , если верна гипотеза :

Существует правильное решение двух видов: и

**

**56. Критическая область, область принятия гипотезы.**

Для проверки гипотезы используют специально подобранную случайную величину, точное или приближенное распределение которой известно.

Случайная величина*Q*, служащая для проверки гипотезы называется **статистическим критерием** или просто критерием.

**Наблюдаемым значением** называют значение критерия, вычисленное по выборке.

После выбора критерия множество всех его возможных значений разбивают на 2 непересекающихся подмножества:

1. Одно из них содержит значение критерия, при котором отвергается – оно называется **критической областью S.**

2. Другое содержит значение критерия, при котором гипотеза принимается – оно называется **областью принятия гипотезы**.

**57. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения**

1. Формулируется основная *H*1 и альтернативная *H*1 гипотезы.

2. Выбирается соответствующий уровень значимости a.

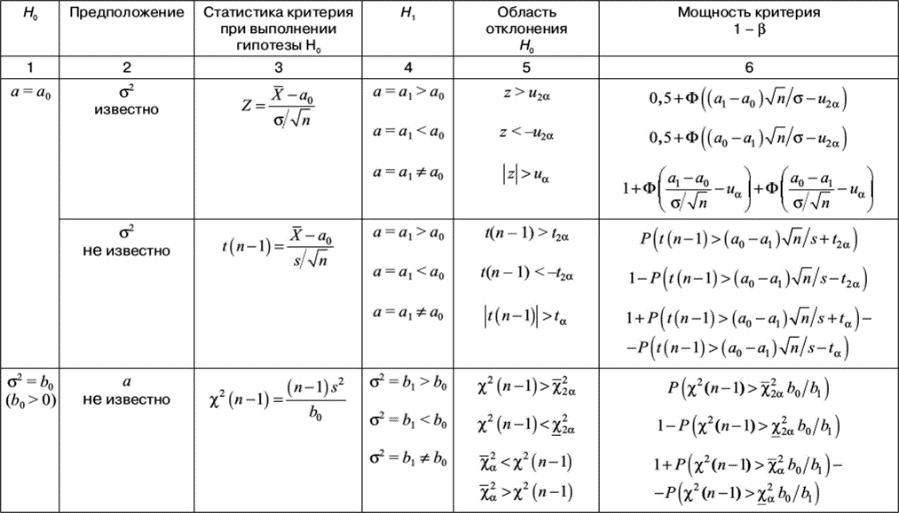
3. Определяется объем выборки *n*.

4. Выбирается критерий K для проверки *H*0.

5. Строится критическая область и область принятия гипотезы (в соответствии с выбранной альтернативной гипотезой).

6. Вычисляется наблюдаемое значение критерия K*набл* (по данным выборки).

7. Принимается статистическое решение (если K*набл* попадает в область принятия решений, то нет оснований отклонять основную гипотезу, т.е. она принимается, если K*набл* попадает в критическую область, то основная гипотеза отвергается).



**58. Проверка гипотезы об однородности двух выборок.**

**Традиционный метод проверки однородности (критерий Стьюдента). Метод проверки однородности:**

1. Вычисляют средние арифметические в каждой выборке:

  ,

2. Затем выборочные дисперсии

  ,

3. И статистику Стьюдента *t,* на основе которой принимают решение,

4. По заданному уровню значимости a и числу степеней свободы (m+n \_2) из таблиц распределения Стьюдента находят критическое значение tкр. Если |t|>tкр, то гипотезу однородности (отсутствия различия) отклоняют, если же |t|<tкр*,* то принимают.

**60. Критерия согласия Пирсона для случая равностоящих вариант и для непрерывного вариационного ряда.**

**Критерием согласия** называется критерий проверки гипотезы о предполагаемом законе распределения.

Критерий согласия Пирсона:

1. Вычислить оценку математического ожидания и выборочное среднее квадратическое отклонение σ.

2. Вычислить теоретические частоты по формуле:

3. Составить расчетную таблицу.

4. Сравним эмпирические и теоретические частоты. Составим расчетную таблицу, из которой найдем наблюдаемое значение критерия

5. По таблице критических точек распределения, по уровню значимости a и числу степеней свободы k находим критическую точку правосторонней критической области

6. Если – нет оснований отвергать нулевую гипотезу.

Если – нулевую гипотезу отвергают.